Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Andreas Vollmer
M.Sc. Lars Poppe

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 4 — 27. Oktober 2022

Aufgabe 1: *(2 Punkte)* Für rationale Zahlen $r, q, s, t \in \mathbb{Q}$ mit $rt - qs \neq 0$ und eine irrationale Zahl $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sei

$$y := \frac{rx + q}{sx + t}.$$

Zeige, dass y irrational ist, d.h. $y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Aufgabe 2: *(2 Punkte)* Welche *Zweierpotenzen*, d.h. welche Zahlen der Form

$$x := 2^k \qquad \text{für } k \in \mathbb{N},$$

lassen sich als Quadrat einer rationalen Zahl $q \in \mathbb{Q}$ darstellen, so dass $x = q^2$?

Aufgabe 3: *(2+2+2 Punkte)* Beweise folgende Aussagen mit vollständiger Induktion.

(a) Es gilt die Gleichheit

$$\sum_{j=1}^{n} (2j - 1) = n^2 \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

(b) Für $n \in \mathbb{N}$ ist die Zahl $n^3 + 11n \in \mathbb{N}$ durch 6 teilbar.

(c) Für $x \geq -1$ gilt die Ungleichung

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Ausgabedatum: 27. Oktober 2022 **Abgabetermin:** 1. November 2022, 10:00 Uhr.